

Шевченко Р.В.

<https://orcid.org/0009-0007-6662-7489>

Національний університет харчових технологій

Луцька Н.М.

<https://orcid.org/0000-0001-8593-0431>

Національний університет харчових технологій

МОДЕЛЮВАННЯ ВИПАРНОЇ УСТАНОВКИ ЦУКРОВОГО ЗАВОДУ ЗА ДОПОМОГОЮ NARX-МОДЕЛЕЙ

У статті представлено комплексне дослідження, спрямоване на розробку математичного забезпечення та реалізацію цифрової тіні процесу випарювання на цукровому заводі, що розглядається як фундаментальний етап у створенні повнофункціонального цифрового двійника підприємства. Актуальність роботи зумовлена критичним значенням випарної станції в енергетичному балансі заводу та технологічною складністю керування показниками якості сиропу в умовах невизначеності. Процес випарювання характеризується вираженою нелінійністю, багатовимірністю зв'язків, значною інерційністю тепломасообмінних процесів та нестационарністю вхідних потоків, що ускладнює застосування класичних лінійних алгоритмів керування та статистичних моделей. Метою роботи є підвищення ефективності функціонування технологічного обладнання та стабілізація якісних характеристик готового продукту шляхом впровадження предиктивних моделей, здатних адаптуватися до змінних умов виробництва. Методологічну основу дослідження складають методи машинного навчання для аналізу часових рядів та системної ідентифікації. Інформаційною базою слугували реальні історичні дані, отримані з автоматизованої системи керування діючого цукрового заводу за робочий сезон тривалістю 3 місяці з дискретністю вимірювання 10 хвилин. У ході дослідження виконано ґрунтовну попередню обробку даних, що включала фільтрацію шумів та кореляційний аналіз, який дозволив суттєво зменшити розмірність простору ознак. Виділено найбільш значущі предиктори, серед яких: витрати цукрового соку, температурні режими теплоносіїв, рівні продукту в корпусах випарної установки та розрідження в концентраторі. Експериментальним шляхом, через ітеративний підхід до структурної ідентифікації, визначено оптимальну топологію нейронної мережі: глибина затримки для вхідних сигналів ($d_u = 5$), для зворотного зв'язку ($d_y = 10$) та 10 нейронів у прихованому шарі. Результати верифікації засвідчили, що запропонована модель з високою точністю відтворює нелінійну динаміку об'єкта: на валідаційній вибірці досягнуто коефіцієнт детермінації $R^2 = 0.984$ при середньоквадратичній помилці $MSE = 0.592$. Особливу увагу приділено тестуванню робастності моделі в умовах екстраполяції та дрейфу параметрів об'єкта. Доведено, що застосування процедури адаптивного донавчання дозволяє ефективно компенсувати вплив нестационарних факторів, зокрема поступового утворення накипу на теплообмінних поверхнях, що є критичним для довготривалої експлуатації. Адаптація моделі дозволила суттєво покращити якість моделювання, знизивши помилку MSE до 0.6950 та підвищивши R^2 до 0.9783 на тестових даних. Розроблена модель може бути використана як інтелектуальне ядро системи підтримки прийняття рішень оператора для оптимізації енергоспоживання та контролю якості.

Ключові слова: машинне навчання, моделювання, цукрова промисловість, випарювання, цифровий двійник, цифрова тінь, IoT.

Постановка проблеми. У цукровій промисловості одним із ключових технологічних показників, що визначає якість кінцевого продукту, є концентрація сухих речовин. Ця змінна супроводжує основні стадії виробництва – дифузю, сатурацію

та випарювання. Зокрема, на етапі випарки вона визначає якість сиропу перед подачею до апаратів та подальшою кристалізацією. Процес випарювання характеризується високим ступенем динамічності та нелінійності через нестационарність



вхідних змінних (зокрема концентрації сухих речовин у дифузійному соці) та вплив глобальних режимних характеристик, зокрема ритмічність, що визначає чутливість системи керування до зміни рівнів у корпусах апаратів. Це створює суттєві труднощі для підтримання стабільних умов, які забезпечують оптимальну якість кінцевого сиропу. Традиційні методи моделювання не завжди здатні відобразити складні взаємозв'язки між вхідними та вихідними змінними процесу, а також адекватно врахувати нелінійність та динамічність системи керування. Тому виникає необхідність у створенні математичної моделі, яка дозволить відтворити поведінку випарної установки в умовах змінних режимів роботи. Побудова такої моделі дає можливість сформувати цифрову тіль процесу, що стане інструментом для вирішення задач оптимізації режимних змінних з метою забезпечення стабільної якості сиропу. Крім того, це є необхідним попереднім етапом розробки цифрового двійника випарної установки, здатного аналізувати дані в реальному часі та підтримувати прийняття рішень для підвищення ефективності всього виробництва. Лінійні емпіричні моделі, у свою чергу, не здатні адекватно відобразити нелінійну динаміку системи, її нестационарність та невизначеність. Це загальна проблема для нелінійних динамічних систем, де "невідомо або частково відома динаміка" є головною перешкодою для аналізу та керування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Випарна установка є класичним прикладом складного об'єкта керування. Лорé П., Буайє Г. та Гатіна Ж.С. зазначають, що поведінка моделі таких об'єктів характеризується високим ступенем динамічності, вираженою нелінійністю та багатозв'язністю [1]. Нелінійність виникає через нестационарні вхідні змінні, термодинамічні фазові переходи та складну гідродинаміку в корпусах, окрім того, постійно змінюється ритмічність процесу, що призводить до транспортних запізнь та повільної реакції на керуючі дії. Також на динаміку впливає і якість роботи фільтрів кальцієвих солей в попередньому технологічному процесі дефекосатурації. Раджендра П. та Брахмаджірао В. [2] стверджують, що лінійні моделі не відображають таку динаміку, що підтверджується дослідженнями суміжних галузей [3]. Як зазначають Мурціс Д. та Балкамос Н. у [4], визначають цифрову тіль як необхідний попередній етап побудови кіберфізичних систем.

Згідно з класифікацією, наведеною у роботі Абдуррахмана, Е.Е.М. та Феррарі, Дж. [5], такі

моделі спираються на методи штучного інтелекту та машинного навчання і використовують штучні нейронні мережі (ANN). Як зазначають Сандіпа Р.Д.К., Гунаратне М.Г.К.Г.Л. та Мунасінгхе М.А.Г.Н. у [6], ANN дозволяють враховувати нелінійні зв'язки завдяки адаптації.

Класичними моделями для використання у промисловому середовищі тривалий час були ARIMA/SARIMA, проте як слушно зазначають Родрігеш М., Мігейш В., Фрейтас С. та Машаду Т. у [7], лінійна природа цих моделей часто не дозволяє охопити складні залежності реальних виробничих процесів. У своєму дослідженні автори зазначають, що класичні ARIMA/SARIMA поступаються сучасним методам, оскільки ігнорують нелінійність та екзогенні дані та пропонують використовувати Random Forest та LSTM.

Попри рекомендації, вказані вище, використання Random Forest, а також Decision Tree має фундаментальні обмеження, найвагомим з яких є неможливість екстраполяції. Рухолахнеджад Ф. (Ганіе) та Готшалль Й. у [8], вказують, що поза межами навчальної вибірки точність падає, а похибка bias зростає до 300%, коли модель застосовується в умовах, що виходять за межі навчальної вибірки. Це зумовлено тим, що алгоритми не здатні прогнозувати значення за межами діапазону тренування і значення прогнозу стає максимальним. Крім того, ефективність методу падає при зміні фізичних режимів, сам метод має низьку адаптивність, що підвищує обчислювальну вартість.

Не позбавлені недоліків і методи на основі опорних векторів (SVR), оскільки їх використання для масивів даних телеметрії стикається з проблемою масштабованості. Як вказують Лі Б., Ван Ц. та Ху Д. у [9], навчання стандартних SVM-моделей зводиться до вирішення задачі квадратичного програмування (QP), часова складність якої становить $O(n)^3$, а просторова – щонайменше $O(n)^2$, де n – кількість навчальних зразків. Це створює надмірне навантаження на обчислювальні ресурси та унеможливорює оперативну адаптацію моделі в умовах обмеженого часу, що є критичним для промислових систем керування.

Ситуація не покращується кардинально і при переході до нейромережових підходів. Незважаючи на загально визнану ефективність LSTM у роботі з часовими рядами, ця архітектура також має суттєві обмеження для інтеграції в оптимізовані промислові контролери. Крішен М. та Міхуб А. у [10] виділяють низку недоліків LSTM, насамперед їхню критичну залежність від обсягу навчальної вибірки. В умовах обмеженості даних,

такі мережі схильні до перенавчання, демонструючи низьку здатність до узагальнення нових режимів. Додатковим бар'єром стає висока обчислювальна складність та тривалий час навчання.

Альтернативою LSTM часто розглядаються керовані рекурентні блоки GRU, які пропонують спрощену архітектуру. Однак, спрощення структури не позбавляє метод обмежень. Як дослідили Джордан І., Сокіл П. та Парк І. в [11], апріорна оцінка успішності роботи GRU для конкретного завдання є складною через непрозорість внутрішньої динаміки мережі. Більш критичним для промислових систем є те, що GRU демонструють нездатність до підрахунку та екстраполяції станів за межі навчального діапазону. Це пов'язано з тим, що всі аттрактори в GRU обмежені областю $[-1, 1]^d$, що унеможливує моделювання процесів, які вимагають виходу за ці межі, наприклад, при аварійних сплесках. Крім того, на відміну від нейронних мереж чи більш складних архітектур, GRU виявилися неспроможними формувати неперервні аттрактори, що обмежує їхню здатність плавно моделювати перехідні процеси вздовж безперервних змінних. В підтвердження цього у дослідженні [12], спрямованому на оптимізацію GRU, Юн С., Чжан Д., Юн Г., Пак, Т. та Лі К. фіксують суттєву деградацію точності при спробі довгострокового прогнозування. Автори зазначають, що при збільшенні горизонту планування на графіках прогнозів починають з'являтися непередбачувані викиди. Порівняльний аналіз у дослідженні Юніта А., Прагама М.І., Альмузаккі М.З., Рамадан Г., Ахір Е.А.П., Фірдаусія Мансур А.Б. та Басорі А.Г. [13], підтверджують високі часові витрати та варіативність точності GRU.

Після аналізу найпоширеніших моделей, доцільно розглянути методи моделювання NARX. Це рекурентна нейронна мережа, яка моделює систему, використовуючи минулі значення входів та виходів, що концептуально відповідає фізиці інерційних процесів у теплообмінному обладнанні. Математично модель NARX описується у рівнянні (1), як дискретна нелінійна система вигляду:

$$y(k) = f(y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-d_y), u(k-1), \dots, u(k-d_u)) \quad (1)$$

де $y(k)$ – прогнозоване значення виходу у момент часу k ; $y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-d_y)$ – попередні значення виходу (регресія); $u(k-1), \dots, u(k-d_u)$ – попередні значення входних незалежних сигналів; d_y, d_u – глибина пам'яті (кількість часових затримок) для входів та виходів, причому $d_u > 1$ та $d_y > 1$.

Згідно з дослідженнями Кахсай А.Г., Деруго П., Маяданський П. та Завіслак Р. у [14], NARX демонструє високу ефективність навчання завдяки використанню зворотного зв'язку від реальних виходів системи, що мінімізує накопичення помилок, характерних для глибоких рекурентних мереж. Крім того, Сю В., Мен С., Чен Ц., Го Т. та Пен Ц. у [15] вказують на здатність NARX забезпечувати робастне керування в умовах невизначеностей та придатність для реалізації в системах реального часу завдяки меншій обчислювальній складності порівняно з глибокими LSTM-мережами. Одночасно з цим, застосування NARX також пов'язане з викликами і не є ідеальним рішенням. Як зазначають дослідження, "чисті" NARX моделі схильні до перенавчання при роботі в автономному режимі. Також критичним є вибір довжини вікна даних: недостатній обсяг історії призводить до відхилення моделі від реальної динаміки об'єкта.

Узагальнюючи, результати дослідження придатності різних моделей для створення цифрового двійника випарної установки наведено в Табл. 1.

Постановка завдання. Розробити математичну модель випарної установки цукрового заводу на основі NARX-архітектури для формування цифрової тіні процесу, яка дозволить аналізувати різні сценарії роботи об'єкта та оптимізувати режимні змінні в умовах нелінійності та динамічних змін, з метою забезпечення стабільної якості сиропу та стане підґрунтям до створення цифрового двійника.

Виклад основного матеріалу. Процес випарювання у цукровому виробництві відзначається високою динамічністю та нелінійністю, що ускладнює застосування традиційних методів моделювання для точного опису взаємозв'язків між входними та вихідними змінними. Для вирішення цієї проблеми перспективним є використання методів машинного навчання, здатних виявляти приховані залежності у часових рядах та прогнозувати поведінку системи в умовах змінних виробничих режимів. NARX-модель обрано, як інструмент дослідження завдяки її здатності враховувати часові запізнювання сигналів, нелінійні зв'язки між змінними та їх багатофакторний вплив.

Технологічна схема процесу випарювання зображена на Рис. 1 демонструє послідовність операцій у випарному відділенні цукрового заводу, метою яких є згущення цукрового соку до стану сиропу з вмістом сухих речовин 60–65 %. На початковому етапі очищений цукровий сік надходить до збірника соку, де здійснюється його

Узагальнені висновки придатності моделей для об'єкта дослідження

| Тип моделі | Характеристика придатності |
|----------------|--|
| ARIMA / SARIMA | Низька. Модель є лінійною і не здатна відобразити складні термодинамічні залежності (зміни коефіцієнтів теплопередачі). Вимагає стаціонарності даних, що суперечить природі процесу з утворенням накипу. |
| Random Forest | Низька. Фундаментальна неспроможність до екстраполяції. Якщо параметри сировини вийдуть за межі історії навчання, модель надасть помилкове константне значення, що небезпечно для керування. |
| SVR | Середня. Має високу точність, але критично погану масштабованість. Кубічна складність навчання унеможливорює швидке оновлення моделі на великих масивах даних цифрового двійника. |
| LSTM | Середня. Надмірна складність структури. Вимагає величезних обсягів даних для уникнення перенавчання, яких часто бракує для специфічних режимів роботи заводу. |
| GRU | Середня. Проблеми з відображенням фізичних величин через обмежений діапазон внутрішніх станів $[-1, 1]$ (функція \tanh). Схильність до втрати стабільності (викидів) при довгостроковому прогнозуванні. |
| NARX | Висока. Структура відповідає динаміці процесу об'єкта дослідження, дозволяє враховувати запізнення, адаптивна та надійно працює з динамічними даними. |

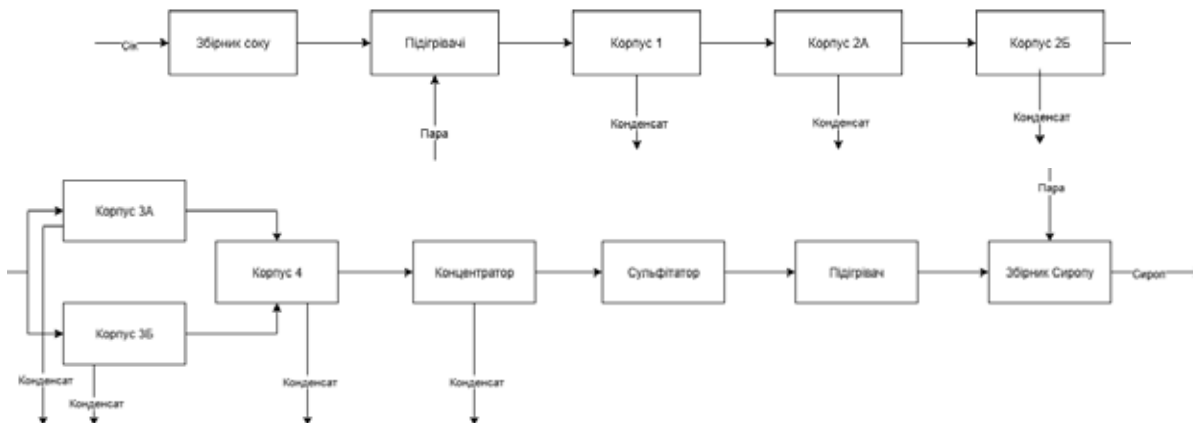


Рис. 1. Спрощена схема технологічного процесу випарювання

накопичення та підготовка до подальшої обробки. Звідти сік за допомогою насосів подається до підігрівача, де його температура регулюється шляхом подачі пари. Підігрів забезпечує зниження в'язкості соку та підвищення ефективності подальшого випарювання. Після підігріву сік надходить до першого випарного корпусу 1, де розпочинається процес випаровування води. Далі, за допомогою регулювання рівня в ємностях-корпусах, сік послідовно переходить до другого випарного корпусу (2А), а потім до корпусу 2Б, де триває процес випарювання. Наступним етапом є подача соку до третього випарного корпусу (3А), що також здійснюється шляхом регулювання рівня. У корпус 3Б сік надходить відповідно до співвідношення витрат, що дозволяє оптимізувати тепловий режим та забезпечити рівномірне навантаження на обладнання. Після цього сік з обох третіх корпусів надходить до корпусу 4, де

завершується процес випарювання. Регулювання подачі здійснюється за рівнем, а на виході отримується сироп із заданою концентрацією сухих речовин. Далі сироп надходить до концентратора, де створюється розрідження, що сприяє остаточному видаленню вологи та стабілізації змінних продукту. Після цього сироп подається до сульфататора, де здійснюється його очищення сірчистим газом. Цей процес сприяє знебарвленню сиропу, зниженню забарвленості та покращенню його фізико-хімічних властивостей. Очищений сироп направляється до підігрівача, де його температура регулюється клапаном подачі пари, після чого сироп надходить до збірника сиропу для подальшої переробки у кристалізаційному відділенні.

Для визначення оптимальної архітектури моделі було проведено порівняльний аналіз існуючих підходів до прогнозування часових рядів та ідентифікації динамічних систем.

Архітектура NARX математично описується як функція від попередніх станів системи та попередніх керуючих впливів. Це є точним дискретним аналогом диференціальних рівнянь тепломасообміну, що дозволяє природним чином враховувати теплову інерційність об'єкта. Окрім того, у моделі NARX можна явно задати кількість затримок для вхідних сигналів, що дозволяє моделі коректно відображати час, необхідний для проходження продукту через корпуси випарки, що є критичним для синхронізації цифрового двійника з реальним об'єктом. Також важливим критерієм є властивість навчання у розімкненому контурі, де замість прогнозованих значень використовуються реальні історичні дані. Це перетворює складну задачу навчання рекурентної мережі на простішу задачу для мережі прямого поширення, гарантуючи стабільність градієнтів та високу швидкість збіжності, на відміну від LSTM/GRU. Окрім того, структуру можна розширити для прогнозування майбутніх станів, включивши у розгляд поточні значення входів і виходів:

$$y(k+1) = f(y_{real}(k), y_{real}(k-1), y_{real}(k-2), \dots, y_{real}(k-d_y), u(k-1), \dots, u(k-d_u)) \quad (2)$$

де $y_{real}(k)$ – вихід моделі на поточному часовому кроці; $y(k+1)$ – вихід моделі на наступному часовому кроці.

Використання такої структури дозволяє реалізувати метод компенсації запізнювання, де прогнозоване переміщення (змiна) розраховується на основі історії керуючих впливів. Для випарної установки це критично важливо, оскільки дозволяє математично врахувати транспортне та перехідне запізнювання проходження продукту через корпуси та інерційність теплообмінних процесів.

Основа для аналізу та проведення дослідження було отримано з даних історичного архіву АРМ оператора відділення випарювання цукрового заводу. Цільовим показником обрано точність прогнозування якості процесу за допомогою математичної моделі.

Таким чином, процес формування набору вхідних ознак для побудови моделі базувався на детальному аналізі специфіки технологічного процесу випарювання та розумінні основних фізико-хімічних закономірностей, що визначають його перебіг. Хоча автоматизована система керування випарним відділенням забезпечує збір даних приблизно зі 100 технологічних змінних, не всі з них мають практичну цінність для цілей прогнозування ключових показників роботи уста-

новки. Частина змінних характеризується високим ступенем взаємної лінійної залежності (кореляції) або дублює інформацію, що вже міститься в інших змінних. Використання таких ознак у моделі може призвести до надмірної складності та зниження точності прогнозування. З метою уникнення цих ризиків було проведено попередній відбір ознак на основі кореляційного аналізу (Рис. 2) орієнтований на збереження лише тих, що мають найбільший вплив на динаміку процесу та забезпечують репрезентативне відображення його стану. У результаті аналізу сформовано оптимальний набір вхідних ознак, що використовуються для побудови моделі. Відібрані змінні наведено у Табл. 2.

Процес формування набору вхідних ознак для побудови моделі базувався на детальному аналізі специфіки технологічного процесу випарювання. Оскільки автоматизована система збирає дані про велику кількість змінних, частина з яких є взаємозалежними або дублюючими, виникає необхідність у зменшенні розмірності простору ознак. Використання сильно корельованих змінних може призвести до надмірної складності моделі, нестабільності вагових коефіцієнтів та зниження узагальнюючої здатності нейронної мережі. З метою уникнення цих ризиків, виключення дубльованої інформації та виділення найбільш інформативних параметрів було проведено попередній відбір ознак на основі статистичного аналізу. Результати оцінки парних лінійних залежностей між технологічними змінними візуалізовано у вигляді матриці коефіцієнтів кореляції, яку наведено на Рис. 2.

При проведенні більш детального аналізу, для уникнення «зашумленості» та підвищення надійності моделі було відібрано тільки найбільш значущі змінні, які складаються з густини сиропу на вході у випарну установку (QT100), витрати цукрового соку, що подається на випарну установку (FT100), температури соку на вході (TT160), рівня соку у збірнику перед подачею (LT101), розрідження у концентраторі (PT110) та ритмічності процесу (DYN).

Ефективність використання нейромережевих моделей для задач прогнозування технологічних параметрів значною мірою визначається вдалим вибором архітектури мережі. Враховуючи відсутність універсальних рекомендацій щодо вибору кількості нейронів прихованого шару та глибини затримок (lag) для специфічних промислових об'єктів, було реалізовано ітеративний підхід до структурної ідентифікації моделі. Дослідження передбачало навчання ряду моделей з різними

Визначення та статистичні характеристики змінних моделі

| Позначення змінної | Назва змінної | Опис змінної | Min | Max | Median | Mx |
|--------------------|-----------------|---|--------|--------|--------|--------|
| Незалежні входи | | | | | | |
| X1 | DYN | Ритмічність процесу | 58,75 | 85 | 80 | 80,14 |
| X2 | FT100 | Витрата цукрового соку, що подається на випарну установку (BC), м ³ /год | 59,58 | 193,09 | 148 | 146,38 |
| X3 | FT101 | Витрата соку з корпусу 2Б до корпусу 3А, м ³ /год | 0,167 | 87,62 | 42,48 | 42,2 |
| X4 | FT102 | Витрата соку на ділянці між корпусами 2Б та 3Б, м ³ /год | 3,47 | 97,77 | 39,09 | 39,56 |
| X5 | LT101 | Рівень соку у збірнику перед подачею на випарну установку, % | 2,538 | 99,75 | 29,01 | 35,44 |
| X6 | LT102/ LT110 | Рівень у корпусі 1 (основний та дублюючий датчики, діючі), % | 27,92 | 57,11 | 40,88 | 41 |
| X7 | LT130 | Рівень у корпусі 2А випарної установки, % | 0,088 | 73,12 | 54,75 | 53,84 |
| X8 | LT140 | Рівень у корпусі 2Б випарної установки, % | 0,077 | 63,13 | 41,37 | 41,26 |
| X9 | LT150 | Рівень у корпусі 3А випарної установки, % | 0,059 | 84,03 | 63,17 | 59,31 |
| X10 | LT160 | Рівень у корпусі 4 випарної установки, % | 0,117 | 92,08 | 57,33 | 58,19 |
| X11 | LT170 | Рівень у корпусі 3Б випарної установки, % | 0,104 | 96,75 | 34,58 | 33,85 |
| X12 | LT180 | Рівень у концентраторі, % | 0,059 | 95,49 | 53,02 | 50,71 |
| X13 | QT100 | Густина сиропу на вході у випарну установку, % | 10 | 21,51 | 12,63 | 13,12 |
| X14 | PT110 | Розрідження у концентраторі, % | 0,125 | 62,49 | 54,68 | 52,17 |
| X15 | TT160 | Температура соку на вході у випарну установку, °C | 108,52 | 129,96 | 124,63 | 124,42 |
| Виходи моделі | | | | | | |
| Y1 | FT120 | Витрата сиропу на виході з випарної установки, м ³ /год | 0,161 | 44,35 | 20,68 | 20,51 |
| Y2 | QT101 | Густина сиропу на виході з випарної установки, % | 45,09 | 85 | 68,43 | 67,68 |
| Y3 | LT190 | Рівень сиропу у збірнику після випарної установки, % | 0,009 | 99,93 | 40,38 | 45,68 |
| Y4 | TT170 | Температура сиропу після випарної установки, °C | 70,47 | 87,25 | 78,23 | 78,48 |

комбінаціями гіперпараметрів d_u , d_y та розмірності прихованого шару. Результати порівняльного аналізу ефективності досліджуваних архітектур наведено в Табл. 3.

Для оцінки адекватності та точності побудованих NARX-моделей було використано стандартні метрики регресійного аналізу:

1. Середньоквадратична помилка (Mean Squared Error, MSE) характеризує середнє значення квадрата різниці між фактичними (y_i) та прогнозованими (\hat{y}_i) значеннями. Менше значення MSE свідчить про вищу точність моделі.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

де n – кількість спостережень.

2. Коефіцієнт детермінації (R^2) оцінює, яка частка варіації вихідних даних пояснюється

моделлю. Значення R^2 , близьке до 1, свідчить про високу якість апроксимації даних:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

де \hat{y}_i – прогнозовані значення моделі, \bar{y} – середнє значення фактичних даних.

Результати дослідження. На основі проведеного порівняльного аналізу архітектур (Табл. 3), для подальшого моделювання та формування цифрової тіні було обрано конфігурацію NARX-моделі з глибиною затримки вхідних/вихідних сигналів 5:10 та кількістю нейронів у прихованому шарі – 10. Дана архітектура продемонструвала найкраще співвідношення точності на валідаційній вибірці ($R^2 = 0.984$, $MSE \equiv 0.592$) та здатності до узагальнення на тестових даних.

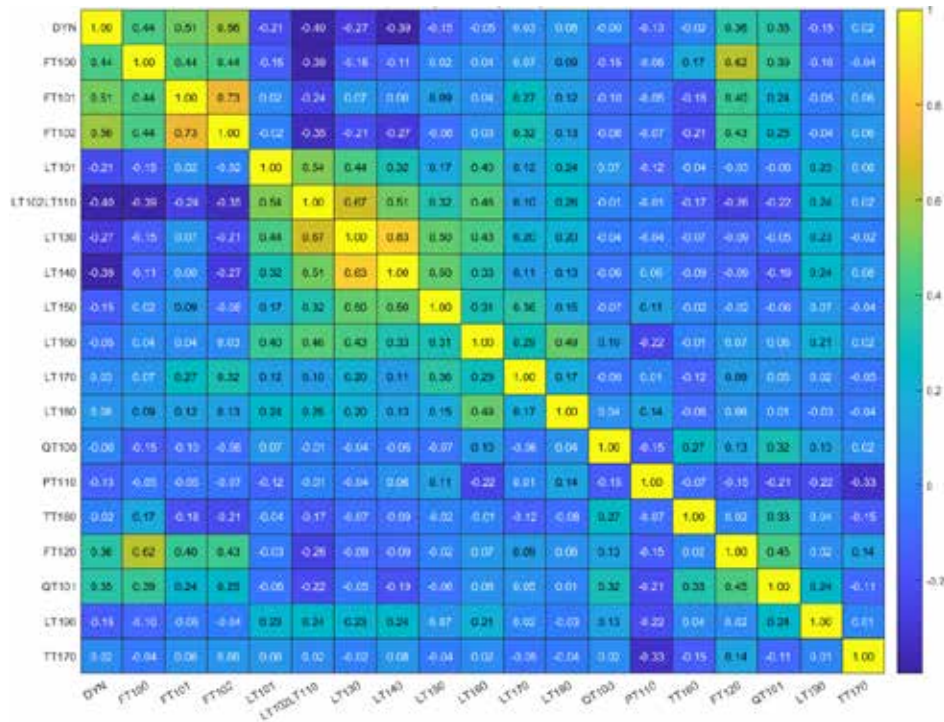


Рис. 2. Матриця кореляцій

Таблиця 3

Порівняльна характеристика ефективності архітектур NARX-моделей за показниками MSE та R^2

| Архітектура | Тренувальна | | Валідаційна | | Тестова | |
|---|-------------|-------|-------------|-------|---------|-------|
| | MSE | R2 | MSE | R2 | MSE | R2 |
| Глибина: 2:2, Матриця нейронів: 5 | 0.678 | 0.973 | 1.518 | 0.958 | 1.934 | 0.958 |
| Глибина: 5:5, Матриця нейронів: 10 | 0.493 | 0.980 | 0.842 | 0.977 | 1.579 | 0.966 |
| Глибина: 10:5, Матриця нейронів: 10 | 0.476 | 0.981 | 0.791 | 0.978 | 1.770 | 0.962 |
| Глибина: 5:10, Матриця нейронів: 10 | 0.403 | 0.984 | 0.592 | 0.984 | 1.951 | 0.958 |
| Глибина: 5:5, Матриця нейронів: [8 4] | 0.458 | 0.982 | 0.772 | 0.979 | 1.700 | 0.963 |
| Глибина: 5:5, Матриця нейронів: [16 16] | 0.387 | 0.985 | 0.548 | 0.985 | 2.174 | 0.953 |

Для візуальної оцінки адекватності обраної моделі було проведено зіставлення реальних значень вихідних технологічних змінних із прогнозованими значеннями, отриманими за допомогою розробленої NARX-моделі. На Рис. 3 наведено результати роботи моделі на валідаційній вибірці для ключових станів процесу: витрати сиропу (FT120), густини сиропу (QT101), рівня у збірнику після процесу випарювання (LT190) та температури сиропу після випарної установки (TT170).

Аналіз графічних залежностей свідчить про високу здатність моделі відтворювати динаміку перехідних процесів. Зокрема, модель коректно ідентифікує моменти зміни режимів роботи та амплітуду коливань сигналів. підтверджує відсутність значних фазових зсувів між реальним та модельним сигналами, що є критично важливим для задач керування в реальному часі.

Наступним етапом верифікації стала перевірка робастності моделі на даних, що виходять за межі навчального діапазону (тест на екстраполяцію). Було змодельовано два сценарії роботи випарної установки (Сценарій А та Сценарій В), які характеризуються нестационарними збуреннями.

Результати моделювання для Сценарію А зображено на Рис. 4. Як видно з графіків, модель зберігає стійкість та адекватно апроксимує поведінку стану об'єкта навіть за умов зміни характеру вхідних впливів. Зокрема, деталізація параметра QT101 відображає чітко слідування тренду реального процесу з незначною похибкою, що не перевищує допустимих технологічних меж.

Аналогічні результати отримано і для Сценарію В, які представлені на Рис. 5. Незважаючи на наявність шумів у реальних даних вимірювання, NARX-модель демонструє здатність до фільтрації

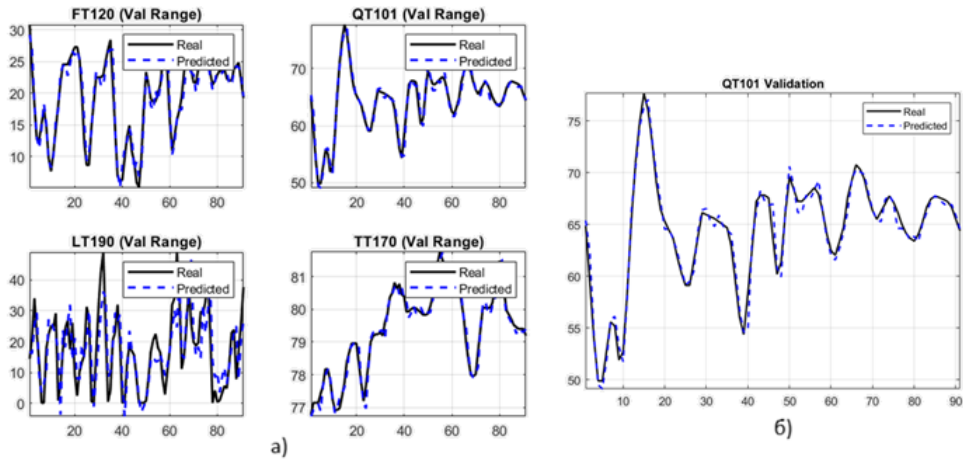


Рис. 3. Верифікація адекватності NARX-моделі на валідаційній вибірці (а) та деталізація параметру QT101(б)

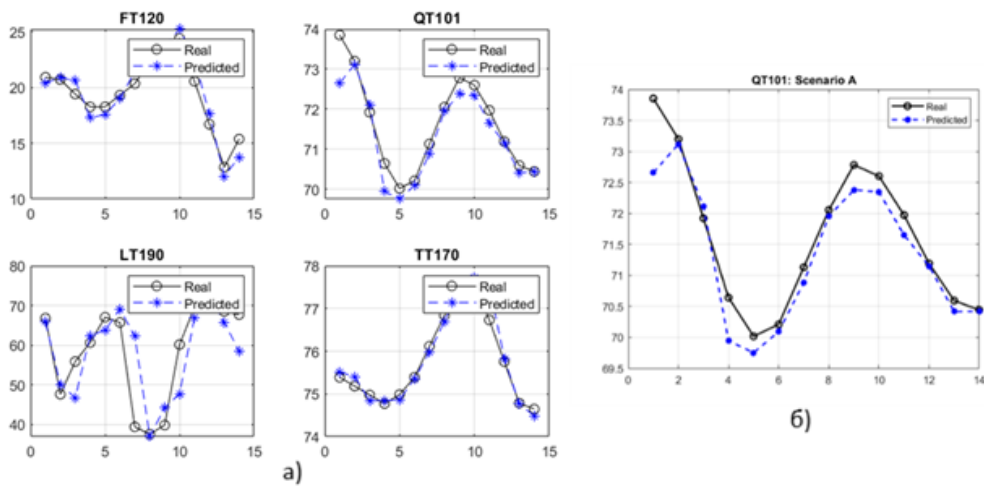


Рис. 4. Тестування робастності моделі в умовах екстраполяції в умовах Сценарію А (а) та деталізація ключового параметру QT101(б)

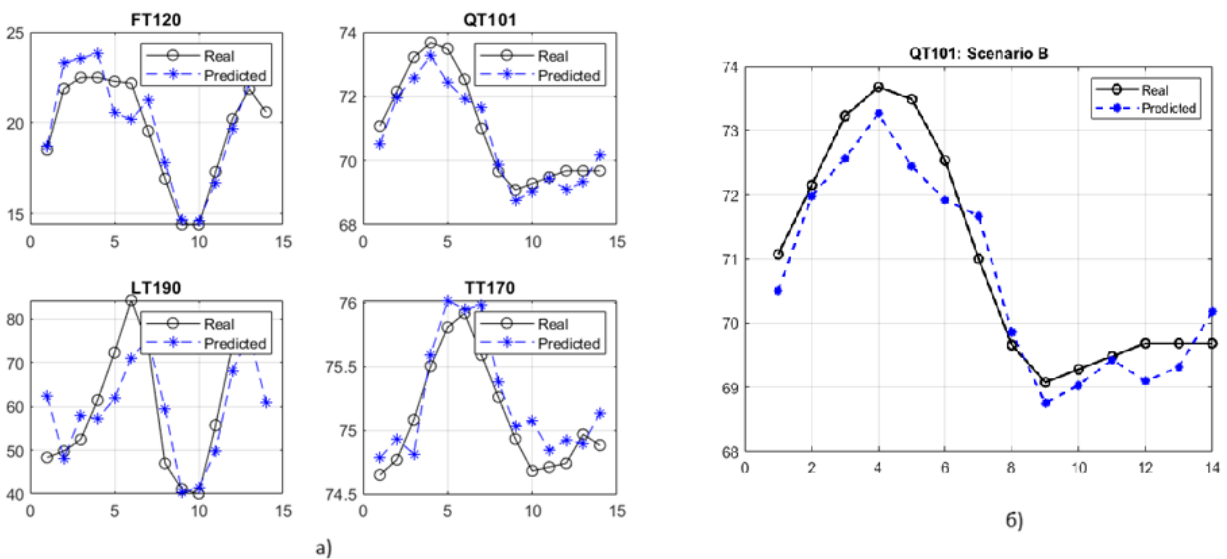


Рис. 5. Тестування робастності моделі в умовах екстраполяції (а), та деталізація прогнозу ключового параметру QT101(б)

**Узагальнені показники точності моделі
до та після процедури адаптивного донавчання (fine-tuning)**

| Набір даних | MSE | R2 |
|--|--------|--------|
| Тренувальна вибірка в умовах екстраполяції | 1.4634 | 0.9416 |
| Валідаційна вибірка в умовах екстраполяції | 2.2861 | 0.9380 |
| Тестувальна вибірка в умовах екстраполяції | 2.3536 | 0.9491 |
| Результат після донавчання моделі | 0.6950 | 0.9783 |

високочастотних коливань, виокремлюючи корисний сигнал. Це підтверджує гіпотезу про доцільність використання NARX-мереж із зовнішніми входами для задач, де присутня інерційність та зашумленість даних.

Окремої уваги потребує питання адаптивності моделі в умовах тривалої експлуатації. Технологічний процес випарювання характеризується нестационарністю, зумовленою сезонними змінами якості сировини, а також поступовою зміною коефіцієнтів теплопередачі внаслідок накопичення в корпусах випарної станції. Статична модель з часом може втрачати точність через дрейф характеристик об'єкта. Для компенсації цього ефекту та підтримання високої прогностичної здатності цифрової тіні було досліджено ефективність процедури донавчання (fine-tuning). Цей підхід дозволяє коригувати вагові коефіцієнти моделі на основі нових оперативних даних, забезпечуючи її актуалізацію без необхідності повного перенавчання. Узагальнені кількісні показники ефективності розробленої моделі наведено в Табл. 4.

Отримані значення середньоквадратичної помилки (MSE) та коефіцієнта детермінації (R^2) для навчальної, валідаційної та тестової вибірок свідчать про високу прогностичну здатність моделі. Важливо відзначити, що застосування процедури донавчання дозволило суттєво покращити точність прогнозування, знизивши MSE до 0.6950 та підвищивши R^2 до 0.9783. Це вказує на перспективність використання адаптивних підходів при впровадженні цифрової тіні в реальні умови експлуатації, де можливий дрейф технологічних змінних.

Висновки. У роботі досліджено актуальну задачу моделювання процесу випарювання

в цукровому виробництві шляхом побудови нелінійної авторегресійної моделі із зовнішніми входами (NARX), яка слугує основою для створення цифрової тіні установки. На основі проведених експериментальних досліджень встановлено, що NARX-моделі є ефективним інструментом для опису динаміки випарної станції порівняно з класичними лінійними підходами та статичними методами машинного навчання. Завдяки наявності зворотних зв'язків та здатності враховувати часове запізнювання, розроблена модель адекватно відтворює інерційність тепломасообмінних процесів. Експериментальним шляхом визначено оптимальну архітектуру нейронної мережі з глибиною затримки входних сигналів $d_u = 5$, глибиною затримки зворотного зв'язку $d_v = 10$ та кількістю нейронів прихованого шару – 10, що забезпечило високу точність апроксимації на валідаційній вибірці ($R^2 > 0.97$). Модель продемонструвала стійкість до збурень та здатність до коректного прогнозування в умовах виходу змінних за межі навчального діапазону, що підтверджує можливість її використання для прогнозування поведінки об'єкта в нештатних або перехідних режимах роботи. Окрім того, доведено необхідність та ефективність застосування процедури періодичного донавчання (fine-tuning), яке дозволяє компенсувати вплив нестационарних факторів, таких як зміна властивостей сировини чи забруднення поверхонь нагріву, підтримуючи точність прогнозування на високому рівні протягом тривалого часу експлуатації (зниження MSE до 0.6950). Отримані результати підтверджують доцільність використання розробленої моделі як ядра цифрового двійника для задач оперативного моніторингу, прогнозування якості сиропу та оптимізації енергоспоживання випарної установки.

Список літератури:

1. Lauret P., Boyer H., Gatina J. C. Hybrid modelling of a sugar boiling process. Control Engineering Practice. 2000. Vol. 8, № 3. P. 299–310. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0967-0661\(99\)00151-3](https://doi.org/10.1016/S0967-0661(99)00151-3)
2. Rajendra P., Brahmajirao V. Modeling of dynamical systems through deep learning. Biophysical Reviews. 2020. Vol. 12, № 6. P. 1311–1320. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12551-020-00776-4>

3. Rebello C. M., et al. Machine Learning-Based Dynamic Modeling for Process Engineering Applications: A Guideline for Simulation and Prediction from Perceptron to Deep Learning. *Processes*. 2022. Vol. 10, № 2. P. 250. DOI: <https://doi.org/10.3390/pr10020250>
4. Mourtzis D., Balkamos N. Design of Manufacturing Systems Based on Digital Shadow and Robust Engineering. *Applied Sciences*. 2023. Vol. 13, № 8. P. 5184. DOI: <https://doi.org/10.3390/app13085184>
5. Abdurrahman E. E. M., Ferrari G. Digital Twin applications in the food industry: a review. *Frontiers in Sustainable Food Systems*. 2025. Vol. 9. DOI: <https://doi.org/10.3389/fsufs.2025.1538375>
6. Sandeepa R. D. C., Gunarathne M. G. C. H. L., Munasinghe M. A. H. N. Development of a Predictive Model for Evaporation Unit Based on Critical Factors. *Journal of Research Technology and Engineering (JRTE)*. 2025. URL: <https://www.jrte.org/2025/07/25/development-of-a-predictive-model-for-evaporation-unit-based-on-critical-factors/>
7. Rodrigues M., et al. Machine learning models for short-term demand forecasting in food catering services: A solution to reduce food waste. *Journal of Cleaner Production*. 2024. Vol. 435. P. 140265. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2023.140265>
8. Rouholahnejad F., Gottschall J. Characterization of local wind profiles: a random forest approach for enhanced wind profile extrapolation. *Wind Energy Science*. 2025. Vol. 10, № 1. P. 143–159. DOI: <https://doi.org/10.5194/wes-10-143-2025>
9. Li B., Wang Q., Hu J. A fast SVM training method for very large datasets. *International Joint Conference on Neural Networks*. 2009. P. 1784–1789. DOI: <https://doi.org/10.1109/ijcnn.2009.5178618>
10. Krichen M., Mihoub A. Long Short-Term Memory Networks: A Comprehensive Survey. *AI*. 2025. Vol. 6, № 9. P. 215. DOI: <https://doi.org/10.3390/ai6090215>
11. Jordan I. D., Sokół P. A., Park I. M. Gated Recurrent Units Viewed Through the Lens of Continuous Time Dynamical Systems. *Frontiers in Computational Neuroscience*. 2021. Vol. 15. DOI: <https://doi.org/10.3389/fncom.2021.678158>
12. Yoon S., et al. GRU-Based Deep Learning Framework for Real-Time, Accurate, and Scalable UAV Trajectory Prediction. *Drones*. 2025. Vol. 9, № 2. P. 142. DOI: <https://doi.org/10.3390/drones9020142>
13. Yunita A., et al. Performance analysis of neural network architectures for time series forecasting: A comparative study of RNN, LSTM, GRU, and hybrid models. *MethodsX*. 2025. Vol. 15. P. 103462. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mex.2025.103462>
14. Kahsay A. H., et al. Hybrid NARX Neural Network with Model-Based Feedback for Predictive Torsional Torque Estimation in Electric Drive with Elastic Connection. *Energies*. 2025. Vol. 18, № 14. P. 3770. DOI: <https://doi.org/10.3390/en18143770>
15. Xu W., et al. Evaluation of data-driven NARX model based compensation for multi-axial real-time hybrid simulation benchmark study. *Frontiers in Built Environment*. 2024. Vol. 10. DOI: <https://doi.org/10.3389/fbuil.2024.1374819>

Shevchenko R.V., Lutska N.M. MODELING OF SUGAR FACTORY EVAPORATION PLANT USING NARX MODELS

The article presents a comprehensive study aimed at developing mathematical software and implementing a digital shadow of the evaporation process at a sugar factory, which is considered a fundamental stage in creating a fully functional digital twin of the enterprise. The relevance of the work is driven by the critical importance of the evaporation station in the plant's energy balance and the technological complexity of controlling syrup quality indicators under conditions of uncertainty. The evaporation process is characterized by pronounced non-linearity, multidimensional connections, significant inertia of heat and mass transfer processes, and non-stationarity of input flows, which complicates the application of classical linear control algorithms and static models. The aim of the work is to increase the efficiency of technological equipment operation and stabilize the qualitative characteristics of the finished product by introducing predictive models capable of adapting to changing production conditions. The methodological basis of the research consists of machine learning methods for time series analysis and system identification. The information base relied on real historical data obtained from the automated control system of an operating sugar factory over a 3-month working season with a 10-minute measurement interval. During the study, thorough data preprocessing was performed, including noise filtering and correlation analysis, which significantly reduced the dimensionality of the feature space. The most significant predictors were identified, including sugar juice flow rates, heat carrier temperature regimes, product levels in evaporation vessels, and vacuum in the concentrator. Experimentally, through an iterative approach to structural identification, the optimal neural network topology was determined: input signal delay depth ($d_u = 5$), feedback delay ($d_y = 10$), and 10 neurons in the hidden layer. Verification results demonstrated that the proposed model reproduces the object's non-linear dynamics with high accuracy: on the validation

set, a coefficient of determination $R^2 = 0.984$ was achieved with a Mean Squared Error $MSE = 0.592$. Special attention was paid to testing the model's robustness under extrapolation conditions and object parameter drift. It was proven that applying an adaptive fine-tuning procedure effectively compensates for the influence of non-stationary factors, particularly the gradual formation of scale on heat exchange surfaces, which is critical for long-term operation. Model adaptation significantly improved modeling quality, reducing the MSE error to 0.6950 and increasing R^2 to 0.9783 on test data. The developed model can be used as the intelligent core of an operator decision support system for optimizing energy consumption and quality control.

Keywords: machine learning, modeling, sugar industry, evaporation, digital twin, digital shadow, IIoT.

Дата першого надходження статті до видання: 25.01.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 02.03.2026

Дата публікації (оприлюднення) статті: 08.04.2026